



Задачи  
международного конкурса  
«Кенгуру»

22.03.2018.

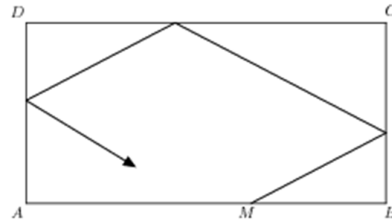
11-12 класс

Задачи, оцениваемые в 3 балла

25. График квадратичной функции  $f(x) = x^2 + px + q$  пересекает ось  $x$  и ось  $y$  в трёх различных точках. Окружность, проходящая через эти три точки, пересекает график функции в четвёртой точке. Найдите координаты этой четвертой точки?

- (A)  $(0, -q)$  (B)  $(p, q)$  (C)  $(-p, q)$  (D)  $(-\frac{q}{p}, \frac{q^2}{p^2})$  (E)  $(1, p + q + 1)$

26. На рисунке изображен прямоугольный бильярдный стол со сторонами длиной 3 м и 2 м. Шарик движется из точки  $M$ , расположенной на одной из более длинных сторон. Он отскакивает один раз от каждой другой стороны. На каком расстоянии от точки  $A$  он попадет на исходную сторону, если  $BM = 1,2$  м и  $BN = 0,8$  м?

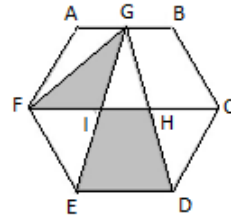


- (A) 1,2 м (B) 1,5 м  
(C) 2 м (D) 2,8 м  
(E) 1,8 м

27. Сколько действительных решений имеет уравнение  $||4^x - 3| - 2| = 1$ ?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

28.  $ABCDEF$  - правильный шестиугольник.  $G$  - середина  $AB$ ,  $H$  и  $I$  - точки пересечения отрезков  $GD$  и  $GE$  с  $FC$  соответственно. Чему равно отношение площади треугольника  $GIF$  к площади трапеции  $IHDE$ ?



- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{3}$   
(C)  $\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (E)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$

29. В классе девочек на 40% больше, чем мальчиков. Вероятность того, что выбранная случайным образом пара состоит из девочки и мальчика, равна  $\frac{1}{2}$ . Сколько учеников в этом классе?

- (A) 20 (B) 24 (C) 36  
(D) 38 (E) другой ответ.

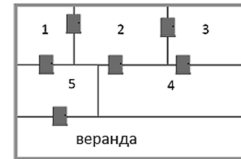
30. Архимед вычислил  $15!$  и результат записал на доске. К сожалению, две цифры, вторая и десятая, не видны. Что это за цифры?

1 ■ 0767436 ■ 000

- (A) 2 и 0 (B) 4 и 8 (C) 7 и 4 (D) 9 и 2 (E) 3 и 8

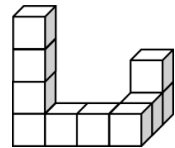
1. Какое из следующих числовых выражений имеет наибольшее значение?  
(A)  $2 - 0 \cdot 1 + 8$  (B)  $2 + 0 \cdot 1 \cdot 8$  (C)  $2 \cdot 0 + 1 \cdot 8$   
(D)  $2 \cdot (0 + 1 + 8)$  (E)  $2 \cdot 0 + 1 + 8$

2. Мы будем называть число «современным», если сумма его цифр равна 2018. Какова первая цифра наименьшего из «современных» чисел?  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 9



3. На рисунке показан план этажа дома Риты. Рита входит в свой дом с веранды и проходит через каждую дверь ровно один раз. В какой комнате она окажется?  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

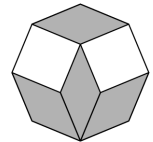
4. У Яна семь камней и молоток. Каждый раз, когда он ударяет молотком по камню, камень разбивается ровно на пять меньших камней. Ян делает это несколько раз. Каким из следующих чисел может быть количество получившихся камней?  
(A) 17 (B) 20 (C) 21 (D) 23 (E) 25



5. Фигуру (см. рисунок), склеенную из 10 кубиков, опустили в ведро с краской. Краска полностью покрыла поверхность фигуры. У какого количества кубиков будет окрашено ровно четыре грани?  
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

6. Следующие два утверждения верны: «Некоторые инопланетяне – зеленые, другие – синие» и «Зеленые инопланетяне живут только на Марсе». Из них логически следует, что

- (A) все инопланетяне живут на Марсе  
(B) на Марсе живут только зеленые инопланетяне  
(C) некоторые синие инопланетяне живут на Венере  
(D) все синие инопланетяне живут на Венере  
(E) нет зеленых инопланетян, живущих на Венере



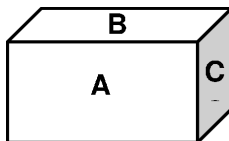
7. Четыре одинаковых ромба и два одинаковых квадрата сложили так, что получился правильный восьмиугольник. Чему равен больший угол каждого ромба?  
(A)  $135^\circ$  (B)  $140^\circ$  (C)  $144^\circ$  (D)  $145^\circ$  (E)  $150^\circ$

8. В ящике лежат 65 шаров, 8 из них белые, остальные шары черные. За одну попытку разрешается вытащить не более 5 шаров. Вынутые шары обратно не кладут. Какое наименьшее число попыток необходимо для того, чтобы обязательно был вынут хотя бы один белый шар?  
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

Время, отведенное на решение задач, — 75 минут!

9. Площади граней прямоугольного кирпича равны  $A, B$  и  $C$  (см. рисунок). Чему равен объем кирпича?

- (A)  $ABC$  (B)  $\sqrt{ABC}$   
 (C)  $\sqrt{AB + BC + CA}$  (D)  $\sqrt[3]{ABC}$  (E)  $2(A + B + C)$



10. Сколькими способами число 1001 можно представить в виде суммы двух простых чисел?

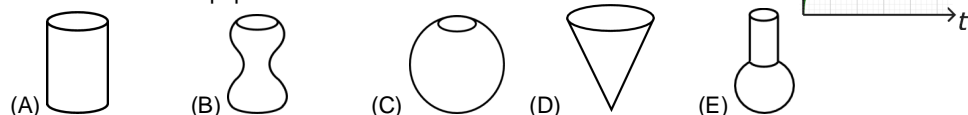
- (A) ни одним (B) одним (C) двумя (D) тремя (E) больше, чем тремя

*Задачи, оцениваемые в 4 балла*

11. Два куба объемом  $V$  и  $W$  пересекаются. Часть куба объема  $V$ , которая не является общей для двух кубов, составляет 90% его объема. Часть куба объема  $W$ , которая не является общей для двух кубов, составляет 85% его объема. Каково соотношение между  $V$  и  $W$ ?

- (A)  $V = \frac{2}{3} W$  (B)  $V = \frac{3}{2} W$  (C)  $V = \frac{85}{90} W$  (D)  $V = \frac{90}{85} W$  (E)  $V = W$

12. Вазу наполняли водой до верха с постоянной скоростью. График (см. рис.) показывает зависимость высоты воды  $h$  от времени  $t$ . Какой могла быть форма вазы?



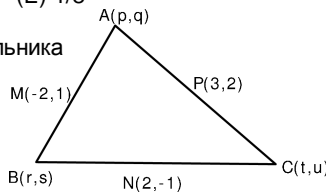
13.  $|\sqrt{17} - 5| + |\sqrt{17} + 5| =$   
 (A) 10 (B)  $2\sqrt{17}$  (C)  $\sqrt{34} - 10$  (D)  $10 - \sqrt{34}$  (E) 0

14. Октаэдр вписан в куб с ребром 1. Вершины октаэдра находятся в центрах граней куба. Каков объем октаэдра?

- (A) 1/3 (B) 1/4 (C) 1/5 (D) 1/6 (E) 1/8

15. Точки  $A(p, q)$ ,  $B(r, s)$ ,  $C(t, u)$  являются вершинами треугольника  $ABC$  и точки  $M(-2, 1)$ ,  $N(2, -1)$  и  $P(3, 2)$  - середины сторон треугольника (см. рис.). Чему равно  $p + q + r + s + t + u$ ?

- (A) 2 (B) 5/2 (C) 3  
 (D) 5 (E) другой ответ



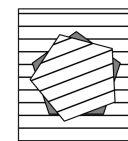
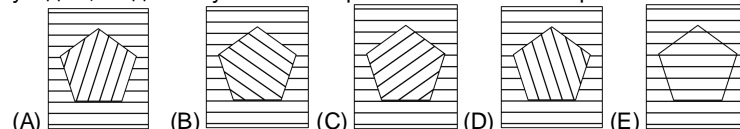
16. До футбольного матча между командами «Реал Мадрид» и «Манчестер Юнайтед» были сделаны пять прогнозов:

- игра не закончится вничью;
- «Реал Мадрид» забьет хотя бы один гол;
- «Реал Мадрид» победит;
- «Реал Мадрид» не проиграет;
- будет забито три гола.

Каков был итоговый счет матча «Реал Мадрид» - «Манчестер Юнайтед», если точно три прогноза сбылись?

- (A) 3-0 (B) 2-1 (C) 0-3 (D) 1-2 (E) эта ситуация невозможна

17. Мы вырезаем правильный пятиугольник из разлинованного листа бумаги. На каждом шаге мы поворачиваем пятиугольник против часовой стрелки вокруг его центра на  $21^\circ$ . Показана ситуация после первого шага. Что мы увидим, когда пятиугольник впервые впишется в отверстие?



18. На какое из этих пяти чисел не делится число  $18^{2017} + 18^{2018}$ ?

- (A) 8 (B) 18 (C) 28 (D) 38 (E) 48

19. Три из пяти показанных на рисунке карт даны Наде, а остальные - Рите. Надя умножает значения своих трех карт, а Рита умножает значения своих двух карт. Оказывается, что сумма двух полученных произведений является простым числом. Какова сумма значений карт Нади?



- (A) 12 (B) 13 (C) 15 (D) 17 (E) 18

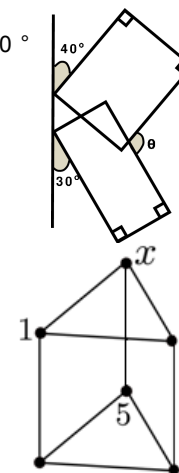
20. Два прямоугольника образуют с вертикальной прямой углы  $40^\circ$  и  $30^\circ$  (см. рисунок). Какова величина угла  $\theta$ ?

- (A)  $105^\circ$  (B)  $120^\circ$  (C)  $130^\circ$   
 (D)  $135^\circ$  (E) другой ответ

*Задачи, оцениваемые в 5 баллов*

21. Призма на картинке состоит из двух треугольников и трех квадратов. Шесть вершин пронумерованы от 1 до 6 таким образом, что сумма четырех вершин каждого квадрата одинакова для всех трех квадратов. Числа 1 и 5 уже показаны. Какое число находится в вершине  $x$ ?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4  
 (D) 6 (E) ситуация невозможна



22.  $m$  и  $n$  - корни уравнения  $x^2 - x - 2018 = 0$ . Чему равно значение  $m + n^2$ ?

- (A) 2016 (B) 2017 (C) 2018 (D) 2019 (E) 2020

23. Четыре брата А, В, С и D имеют разный рост. Они утверждают следующее:

- A: «Я не самый высокий и не самый короткий».  
 B: «Я не самый короткий».  
 C: «Я самый высокий»  
 D: «Я самый короткий».

Ровно одно из этих утверждений ложно. Кто из братьев самый высокий?

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) не хватает информации

24. Пусть  $f$  - функция, такая, что  $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$  для всех целых  $x$  и  $y$ . Найдите значение выражения  $f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$ , если  $f(1) = 1/2$ .

- (A) 1/8 (B) 3/2 (C) 5/2 (D) 15/8 (E) 6