



Задачи
международного конкурса
«Кенгуру»






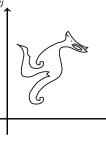

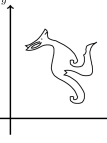

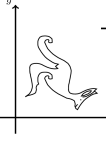
24.03.2016.

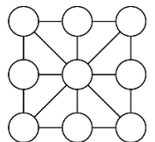
11-12 класс

Задачи, оцениваемые в 3 балла

25. Три трёхзначных числа образуются из цифр от 1 до 9 (каждая цифра используется только один раз). Какому из следующих чисел не может быть равна сумма этих трех чисел?
(A) 1500 (B) 1503 (C) 1512 (D) 1521 (E) 1575
26. Куб разбили на 6 пирамид, соединив данную точку внутри куба с каждой вершиной куба. Объемы пяти из этих пирамид 2, 5, 10, 11 и 14. Чему равен объем шестой пирамиды?
(A) 1 (B) 4 (C) 6 (D) 9 (E) 12
27. Крепость окружает стена длиной 2016 метров, в которой через каждые 8 метров расположены бойницы, причем через каждые 64 метра форма бойниц повторяется. Каково максимальное число различных форм у бойниц?
(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8
28. Аня выбрала натуральное число n и записала сумму всех натуральных чисел от 1 до n . Эта сумма делится на простое число p , но ни одно из слагаемых на p не делится. Каким из следующих чисел может быть $n + p$?
(A) 217 (B) 221 (C) 229 (D) 245 (E) 269
29. Квадрат 5×5 разделен на 25 клеток. Первоначально все клетки квадрата белые, как показано на рисунке слева. За один ход разрешается изменить цвет любых трех последовательных клеток в строке или в столбце на противоположный (белые клетки становятся черными и черные становятся белыми). Какое минимальное количество ходов необходимо сделать для того, чтобы получить шахматную раскраску квадрата, как показано на рисунке справа?
(A) меньше, чем 10 (B) 10 (C) 12
(D) больше, чем 12 (E) невозможно сделать
30. Натуральное число N имеет ровно шесть различных положительных делителей, включая 1 и N . Произведение пяти из них равно 648. Какое из следующих чисел является шестым делителем N ?
(A) 4 (B) 8 (C) 9 (D) 12 (E) 24

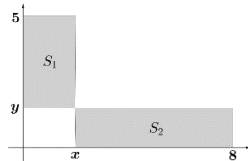
Время, отведенное на решение задач, — 75 минут!

1. Сумма возрастов Тома и Ивана равна 23, сумма возрастов Ивана и Алекса равна 24 и сумма возрастов Тома и Алекса равна 25. Каков возраст самого старшего из них?
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14
2. Сумма $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000}$ равна
(A) $\frac{3}{111}$ (B) $\frac{111}{1110}$ (C) $\frac{111}{1000}$ (D) $\frac{3}{1000}$ (E) $\frac{3}{1110}$
3. Мария хочет построить мост через реку. Она знает, что кратчайшее расстояние от одного берега реки до другого в любой точке берега одинаковое. На каком из этих рисунков не может быть изображена её река?
- (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 
4. Сколько целых чисел больше, чем $2015 \cdot 2017$, но меньше, чем $2016 \cdot 2016$?
(A) 0 (B) 1 (C) 2015 (D) 2016 (E) 2017
5. Множество точек на плоскости xy образует изображение кенгуру (см.рис.) У каждой точки координаты x и y поменяли местами. Каков результат?
- (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 
6. С помощью какого наименьшего количества плоскостей можно получить ограниченную область в трехмерном пространстве?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
7. Елена хочет написать девять целых чисел в кругах на диаграмме так, чтобы суммы чисел в вершинах восьми меньших треугольников, соединённых отрезками, совпадали. Какое самое большое количество различных чисел она может использовать?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 8



8. Прямоугольники S_1 and S_2 (см. рисунок) имеют одинаковую площадь. Определите отношение $\frac{x}{y}$.

- (A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{7}{4}$ (E) $\frac{8}{5}$

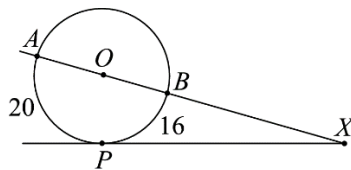


9. Если $x^2 - 4x + 2 = 0$, тогда $x + \frac{2}{x}$ равно

- (A) -4 (B) -2 (C) 0 (D) 2 (E) 4

10. Если длины дуг AP и BP (см. рисунок) равны 20 и 16 соответственно, то величина угла AXP равна

- (A) 30° (B) 24°
(C) 18° (D) 15° (E) 10°

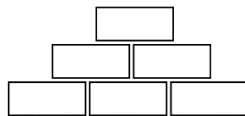


Задачи, оцениваемые в 4 балла

11. a, b, c, d - положительные целые числа, такие, что $a + 2 = b - 2 = c \cdot 2 = d : 2$. Какое из чисел a, b, c, d самое большое?

- (A) a (B) b (C) c
(D) d (E) нельзя определить однозначно.

12. В каждом верхнем прямоугольнике (см. рисунок) находится число, которое является произведением двух чисел, расположенных в прямоугольниках непосредственно под ним. Какое из следующих чисел не может появиться в самом верхнем прямоугольнике, если три нижних прямоугольника содержат только натуральные числа, большие 1?



- (A) 56 (B) 84 (C) 90 (D) 105 (E) 220

13. Чему равно x_4 , если $x_1 = 2$ и $x_{n+1} = x_n^{x_n}$ для $n > 1$?

- (A) 2^{2^3} (B) 2^{2^4} (C) $2^{2^{11}}$ (D) $2^{2^{16}}$ (E) $2^{2^{768}}$

14. В прямоугольнике $ABCD$ длина стороны BC равна половине длины диагонали AC . Пусть M - точка на стороне CD , такая, что $AM = MC$. Чему равна величина угла CAM ?

- (A) 12.5° (B) 15° (C) 27.5° (D) 42.5° (E) другой угол

15. Диана разрезала прямоугольник с площадью 2016 на 56 равных квадратов. Длины сторон прямоугольника и квадратов являются целыми числами. Сколько существует различных прямоугольников, из которых это возможно сделать?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 0

16. На острове рыцарей и мошенников каждый гражданин либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо мошенник, который всегда лжёт. Во время путешествия на остров вы встретили 7 человек, сидящих вокруг костра. Все они говорят вам: "Я сижу между двумя мошенниками". Сколько мошенников около костра?

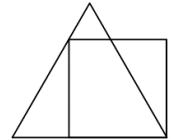
- (A) 3 (B) 4 (C) 5
(D) 6 (E) необходимо больше информации.

17. Оба уравнения $x^2 + ax + b = 0$ и $x^2 + bx + a = 0$ имеют действительные корни. Известно, что сумма квадратов корней первого уравнения равна сумме квадратов корней второго уравнения и $a \neq b$. Чему равно $a + b$?

- (A) 0 (B) -2
(C) 4 (D) -4 (E) невозможно определить

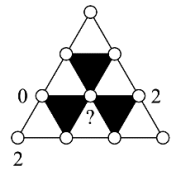
18. Периметр квадрата на рисунке равен 4. Чему равен периметр равностороннего треугольника?

- (A) 4 (B) $3 + \sqrt{3}$
(C) 3 (D) $3 + \sqrt{2}$ (E) $4 + \sqrt{3}$



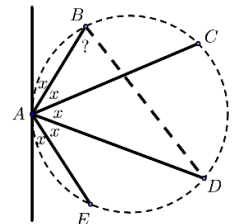
19. В каждой из десяти точек на рисунке находится число 0, 1 или 2. Известно, что сумма чисел в вершинах любого белого треугольника делится на 3, а сумма чисел в вершинах любого черного треугольника не делится на 3. Три числа показаны на рисунке. Какие числа могут находиться в центральной точке?

- (A) только 0. (B) только 1. (C) только 2.
(D) только 0 и 1. (E) невозможно определить.



20. На окружности отмечены пять точек A, B, C, D, E и проведена касательная к окружности в точке A . Все пять углов, обозначенные x , равны между собой (рисунок не обязательно выполнен точно). Чему равен угол ABD ?

- (A) 66° (B) 70.5°
(C) 72° (D) 75° (E) 77.5°



Задачи, оцениваемые в 5 баллов

21. Сколько различных решений имеет уравнение $(x^2 - 4x + 5)^{x^2 + x - 30} = 1$?

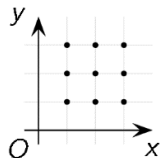
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) бесконечно много

22. В четырёхугольник вписана окружность (т.е. окружность касается всех четырёх сторон четырёхугольника). Как площадь четырёхугольника относится к площади круга, если периметр четырёхугольника относится к длине окружности как 4 : 3?

- (A) $4 : \pi$ (B) $3\sqrt{2} : \pi$ (C) $16 : 9$ (D) $\pi : 3$ (E) $4 : 3$

23. Сколько существует квадратичных функций от x , график каждой из которых проходит не меньше, чем через три из отмеченных на рисунке точек?

- (A) 6 (B) 15 (C) 19 (D) 22 (E) 27



24. В прямоугольном треугольнике ABC (с прямым углом A) биссектрисы острых углов пересекаются в точке P . Если расстояние от P до гипотенузы равно $\sqrt{8}$, чему равно расстояние от P до A ?

- (A) 8 (B) 3 (C) $\sqrt{10}$ (D) $\sqrt{12}$ (E) 4